

به نام خدا

آمار ۲

۱- از بین ۸ نفری که به یک مرکز مشاوره مراجعه کرده اند می خواهیم یک نمونه ی ۱۰ تایی به روش نمونه گیری سیستماتیک انتخاب کنیم و میزان رضایت آنها را در مورد مشاوره صورت گرفته بررسی کنیم .

الف) توضیح دهید این ۱۲ نفر را چگونه انتخاب می کنند .

ب) آیا می توان از روش های دیگر نمونه ن گیری استفاده کرد؟

حل:

$$\text{الف) } \frac{80}{12} = 6/6 \Rightarrow k = 6 , a = 2$$

۸ ۱۴ ۲۰ ۲۶ ۳۲ ۳۸ ۴۴ ۵۰ ۵۶ ۶۲ ۶۸

ب) نمونه گیری تصادفی ساده

۲- یک جامعه ی آماری شامل ۱۰۰۰ نفر می باشد که از این تعداد ۱۵ درصد آن دانشجو ، ۲۰ درصد کارمند اداری ، ۳۰ درصد کارگر و ۳۵ درصد کشاورز هستند می خواهیم یک نمونه ۴۰۰ نفری انتخاب کنیم . از چه روشی نمونه گیری استفاده می کنید؟ چرا؟

جل : با توجه به اینکه طبقات و درصد آنها کاملاً مشخص است بهترین روش نمونه گیری ، نمونه گیری طبقه بندی است.

$$\frac{15}{100} \times 400 = 60 , \quad \frac{20}{100} \times 400 = 80 , \quad \frac{30}{100} \times 400 = 120$$
$$\frac{35}{100} \times 400 = 140$$

کشاورز $\rightarrow$ ۱۴۰ ، کارگر $\rightarrow$ ۱۲۰ ، کارمند $\rightarrow$ ۸۰ ، دانشجو $\rightarrow$ ۶۰

۳- اعداد زیر را استاندارد کنید

۰ ۹ ۷ ۵ ۱۲ ۰ ۲

حل :

$$\bar{x} = \frac{۲ + ۱۲ + ۵ + ۷ + ۹ + ۰ \times ۲}{۷} = ۵$$

$$S^2 = \frac{(۲-۵)^2 + (۰-۵)^2 \times ۲ + (۱۲-۵)^2 + (۵-۵)^2 + (۷-۵)^2 + (۹-۵)^2}{۷}$$

$$= \frac{۹ + ۵۰ + ۴۹ + ۰ + ۴ + ۱۶}{۷} = ۱۸/۲۹$$

$$S = \sqrt{۱۸/۲۹} = ۴/۲۸$$

عدد ۲ و ۰/۷ برای انحراف معیار پایین تر از میانگین قرار دارد. $z_1 = \frac{۲-۵}{۴/۲۸} = ۰/۷$

عدد ۱/۱۷ برای انحراف معیار پایین تر از میانگین قرار دارد. $z_2 = \frac{۰-۵}{۴/۲۸} = ۱/۱۷$

عدد ۱۲، ۱/۶۴ برای انحراف معیار بالاتر از میانگین قرار دارد. $z_3 = \frac{۱۲-۵}{۴/۲۸} = ۱/۶۴$

عدد ۵ برابر میانگین است. $z_4 = \frac{۵-۵}{۴/۲۸} = ۰$

۴- قد دانش آموزان یک گروه سنی خاص دارای توزیع نرمال با میانگین ۱۴۲ و انحراف معیار ۵/۲ است

(الف) چند درصد دانش آموزان قدی بیشتر از ۱۵۰ دارند؟

(ب) چند درصد دانش آموزان قدی کمتر از ۱۳۸ دارند؟

حل: $\delta = ۵/۲$ و $\mu = ۱۴۲$

(الف) $Z = \frac{۱۵۰-۱۴۲}{۵/۲} = ۱/۵۴ \Rightarrow ۰/۹۳۸ \times ۱۰۰ = ۹۳/۸۲$

$$۱۰۰ - ۹۳/۸۲ = ۶/۱۸$$

(ب) $Z = \frac{۱۳۸-۱۴۲}{۵/۲} = ۰/۷۷ \Rightarrow ۰/۲۲۰۶ \times ۱۰۰ = ۲۲/۰۶$

۵- فرض کنید میزان امید به زندگی افراد شهری دارای توزیع نرمال با میانگین ۱۸۰ و واریانس ۳۶ باشد

الف) میزان امید به زندگی ۹۰ درصد افراد این شهر از چه مقدار کمتر است

ب) میزان امید به زندگی ۸۵/۵۴ درصد افراد این شهر از چه مقدار بیشتر است ؟

$$\text{حل } \delta^2 = 36 \Rightarrow \delta = 6 \quad \text{و} \quad \mu = 180$$

$$\text{الف) } \alpha = \frac{90}{100} = 0.9 \Rightarrow Z_{0.9} = 1/28, \quad Z_{0.9} = 6 \times 1/28 + 180 = 187/68$$

$$\text{ب) } 100 - 85/54 = 14/46 \Rightarrow \alpha = \frac{14/46}{100} = 0.1446 \Rightarrow Z_{0.1446} = 1/0.6$$

$$x_{0.1446} = 6 \times (-1/0.6) + 180 = 173/64$$

۶- پژوهش در جهت بررسی وضعیت اقتصادی کارمندان آموزش و پرورش صورت گرفته است یک نمونه

ی ۳۰۰ تایی از بین کارمندان به طور تصادفی انتخاب شده و مشخص شده که ۸۰ کارمند در وضعیت

اقتصادی خوب ، ۲۰۰ کارمند در وضعیت اقتصادی متوسط و ۲۰ کارمند در وضعیت اقتصادی ضعیف

قرار دارند . یک فاصله اطمینان ۹۰٪ برای درصد کارمندانی که در وضعیت اقتصادی ضعیف قرار دارند

بیابید.

حل:

$$X = 20 \Rightarrow \bar{P} = \frac{20}{300} = 0.067 \Rightarrow 1 - \bar{P} = 0.933, \quad 1 - \alpha = 0.9 \Rightarrow \alpha = 0.05$$

$$\Rightarrow Z_{1 - \frac{\alpha}{2}} = 1.65$$

$$P = \left(0.067 \pm 1/65 \times \frac{\sqrt{0.067 \times 0.933}}{300} \right) = (0.067 - 0.024, 0.067 + 0.024)$$

$$= (0.043, 0.091) \Rightarrow (4/3, 9/1)$$

۷- برای هر یک از موارد زیر فرض های صفر و یک را تشکیل دهید.

الف) میانگین سود ماهانه شرکتی بیشتر از ۳۰ میلیون تومان است

ب) نسبت افراد موفق در کنکور ارشد حداکثر ۷۵ درصد است .

حل:

$$\begin{cases} H_0: \mu \leq 30 \times 10^6 \\ H_1: \mu > 30 \times 10^6 \end{cases} \text{الف)}$$

$$\begin{cases} H_0: P \leq 75 \\ H_1: P > 75 \end{cases} \text{ب)}$$

۸- مدیر دبیرستان اعتقاد دارد که میانگین مهارت کلاسی دانش آموزان ورزشکار حداکثر ۴۳ است . بدین منظور ۱۰ دانش آموز ورزشکار را انتخاب کرده و آزمون مهارت کلاسی برای آنها انجام شده است که نمرات زیر به دست آمده است .

۲۸ ۵۱ ۳۲ ۶۲ ۴۰ ۴۸ ۴۹ ۵۳ ۴۵ ۵۲

در سطح معناداری ۰/۰۵ ادعای مدیر را می توان پذیرفت

$$\begin{cases} H_0: \mu \leq 43 \\ H_1: \mu > 43 \end{cases} \text{ادعاهای مدیر}$$

حل

$$\bar{x} = \frac{52 + 45 + 53 + 49 + 48 + 40 + 62 + 32 + 51 + 28}{10} = 46$$

$$S^2 = \frac{(52 - 46)^2 + (45 - 46)^2 + \dots + (51 - 46)^2 + (28 - 46)^2}{10 - 1}$$

$$T_1 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{\frac{S^2}{n}}} = \frac{46 - 43}{\sqrt{\frac{10.4}{10}}} = 0.93$$

$$t(10 - 1, 1 - 0.05) = t(9, 0.95) = 1.83$$

۹- به منظور مطالعه وضع درآمد خانواده های یک ناحیه روستایی ، ۶۰ خانواده به طور تصادفی انتخاب کرده ایم . تعداد خانواده های کم درآمد بین این خانواده ها ، ۴۵ بوده است . در سطح معنا داری ۰/۰۱ فرض های زیر را آزمایش کنید .

$$\begin{cases} H_0: P = 0/2 \\ H_1: P \neq 0/2 \end{cases}$$

حل

$$\bar{P} = \frac{45}{60} = 0/75 \Rightarrow Z_1 = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0/75 - 0/2}{\sqrt{\frac{0/2 \times (1-0/2)}{6}}} = 10/65$$

$$\alpha = 0/01 \Rightarrow 1 - \alpha = 0/99 \Rightarrow Z_{0/99} = 2/3$$

مقدار Z_1 داخل ناحیه بحرانی قرار دارد لذا فرض صفر رد می شود.

۱۰- انواع نمونه گیری احتمالی را نام ببرید .

۱. نمونه گیری تصادفی ساده

۲. منظم

۳. طبقه بندی شده

۴. خوشه ای